

Программа спецкурса (второй семестр) „Нелинейные волны“

1. Самофокусировка и коллапс в НУШ. Качественное объяснение. Масштабные преобразования и неустойчивость многомерных солитонов. Коллапс как нелинейная стадия модуляционной неустойчивости. Теорема Власова-Петрищева-Таланова (вириала). Критерий коллапса. Роль солитонов и размерности. Коллапс в критическом НУШ. Линзовые преобразования и критическая мощность.
2. Автомодельный режим коллапса. Сверхкритический коллапс. Классификация коллапсов. Квазиклассический коллапс. Режим черных дыр. Коллапс бозе-эйнштейновского конденсата.
3. Нелинейные звуковые волны. Характеристики. Инварианты Римана и простая волна Римана. Образование ударных волн. Ударная адиабата и автомодельные решения. Ударные электромагнитные волны.
4. Роль вязкости и теплопроводности. Ударные волны слабой интенсивности. Уравнение Бюргерса. Неупругое взаимодействие ударных волн.
5. Звуковые волны со слабой дисперсией. Вывод уравнений КДВ и Кадомцева-Первиашвили из НУШ с дефокусирующей нелинейностью. Роль дисперсии для солитонов. Устойчивость солитонов по Ляпунову. Солитоны и бесстолкновительные ударные волны. Уравнение КДВ-Бюргерса. Нелинейная дифракция Фраунгофера (дефокусирующая нелинейность).
6. Метод обратной задачи рассеяния для уравнения КДВ. Прямая задача рассеяния для оператора Шредингера. Обратная задача рассеяния: вывод уравнения Гельфанда-Левитана-Марченко. Солитоны, рассеяние солитонов. Асимптотические состояния.
7. Бифуркации солитонов. Мягкая бифуркация. Роль черенковского излучения. Трансформация солитонов в солитоны огибающих.

Универсальное поведение солитонов вблизи бифуркационной точки. Пример - солитоны НУШ. Жесткие бифуркации солитонов. Роль эффектов опрокидывания.

8. Бифуркации в диссипативных системах. Простейшая модель генерации лазера. Генерация в режиме мягкого возбуждения. Закон Ландау. Устойчивость и функция Ляпунова. Жесткий режим возбуждения. Скачок параметра порядка. Бистабильность и гистерезис.
9. Понятие аттрактора. Фокусы и предельные циклы. Теория Ландау-Хопфа перехода к турбулентности. Отображение Пуанкаре. Явление странного аттрактора. Переход к хаосу путем удвоения периода (теория Фейгенбаума).
10. Развитая гидродинамическая турбулентность. Спектр турбулентности в диссипативной области. Инерционный интервал и колмогоровский спектр.
11. Слабая волновая турбулентность. Кинетическое уравнение для волн с распадным спектром. Спектр Рэлея-Джинса. Преобразования Захарова. Спектр Колмогорова-Захарова. Локальность взаимодействия.